

Math League 8th Grade (AML8) 題本 標準答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	A	B	A	D	C	A	B	D	D	D	C	A	B	C	A	C	C	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35					
C	A	D	D	A	C	D	A	D	B	D	A	D	B	A					

題目解說

- 所求 = $2011 - (222 + 789) = 1000$ (元)
(指標: N-4-08)
- $500 \text{ 公克} \times 2 = 1000 \text{ 公克} = 1 \text{ 公斤}$ (指標: N-4-08)
- (A) $(\frac{1}{3})^2 > (\frac{1}{3})^3$, 且 $(\frac{1}{3})^2 < \frac{1}{3}$ (指標: N-4-08)
- $(x+1)(x-1) - (x+2)(x-2)$
 $= (x^2 - 1) - (x^2 - 4) = 3$ (指標: A-4-14)
- $h+2=28 \Rightarrow h=26$ (指標: A-4-16)
- 所求 = $x \times (1 + 200\%) = x \times 3 = 3x$ (指標: A-4-14)
- 原式 = $(10 \times 10) \times (5 \times 20) \times (4 \times 25) \times (2 \times 50)$
 $\times 100$
 $= 100^4 \times 100$
(指標: N-4-09)
- 所求 = $2\sqrt{x} + 3\sqrt{x} + 5\sqrt{x} = 10\sqrt{x}$
(指標: N-4-12)
- 設不含小費的費用中, 每人要付 x 元
 $\Rightarrow 4x \times (1 + 20\%) = 1800$
 $\Rightarrow 4x \times \frac{6}{5} = 1800 \Rightarrow x = 1800 \times \frac{5}{24} = 375$ (元)
(指標: A-4-07)
- $18 \times 12 = 12 \times x \therefore x = 18$ (指標: N-4-03)
- $(x+5)^2 - (x-5)$
 $= (x^2 + 10x + 25) - (x^2 - 10x + 25) = 20x$
(指標: N-4-14)
- $\therefore p$ 為 1000 與 2000 之間的質數
 $\therefore p$ 為奇數, 其中 $p+567$ 為偶數
 $\therefore p+567$ 為 2 的倍數, 即不可能為質數
(指標: N-4-01)
- $5^{777} = 5^{555} \times 5^{222}$
 $\therefore 5^{555}$ 與 5^{777} 的最大公因數為 5^{555}
(指標: N-4-02)
- (A) $y^{2008} = 2008^{2008 \times 2008}$
(B) $\sqrt{y^{4008}} = y^{2004} = 2008^{2008 \times 2004}$
(C) $(y^{200})^8 = y^{1600}$
(D) $y^2 \times y^{1008} = y^{1010}$
 \therefore (A) 最大 (指標: N-4-11)
- 設我的年紀為 x 歲, 姐姐年紀為 y 歲
則 $\begin{cases} 2x + 3y = 86 \dots\dots ① \\ 3x + 4y = 120 \dots\dots ② \end{cases}$
 $② \times 3 - ① \times 4 \Rightarrow x = 3 \times 120 - 4 \times 86 = 16$
(指標: A-4-12)
- $\begin{cases} n^2 + 5n = 24 \dots\dots ① \\ n^2 - 4n = -3 \dots\dots ② \end{cases}$
 $① - ② \Rightarrow 9n = 27$ (指標: A-4-16)
- (A) 取 $a = -2, b = 3$
 $\Rightarrow \frac{1}{a} = -\frac{1}{2}, \frac{1}{b} = \frac{1}{3} \therefore \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
(B) 取 $a = -3, b = 2$
 $\therefore a^2 > b^2$, 正確
(C) 取 $a = -2, b = 3$
 $\therefore \frac{a}{b} = -\frac{2}{3}, \frac{b}{a} = -\frac{3}{2} \therefore \frac{a}{b} > \frac{b}{a}$, 正確
(D) 取 $a = -3, b = 2$
 $\therefore \frac{a^2}{b^2} = \frac{9}{4}, \frac{b^2}{a^2} = \frac{4}{9} \therefore \frac{a^2}{b^2} > \frac{b^2}{a^2}$, 正確
(指標: A-4-01)
- (B) $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$
(D) $x^3 - 4x^2 + 4x - 3 = (x-3)(x^2 - x + 1)$
(A)(D) 無法因式分解
(指標: A-4-14)
- $(x^3 - 4)^2 + 8x^3 - 25$
 $= (x^6 - 8x^3 + 16) + 8x^3 - 25 = x^6 - 9$
 $= (x^3 + 3)(x^3 - 3)$
(指標: A-4-16)

題 目 解 說

20. $x=2z-y \Rightarrow x+y=2z \Rightarrow z=\frac{x+y}{2}$ (指標: A-4-01)

21. 設公差為 d , 則 $\begin{cases} a_1+10d=2011 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a_1+30d=2131 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$,

$\textcircled{2}-\textcircled{1} \Rightarrow 20d=120, d=6$ 代入 $\textcircled{1}$

$\therefore a_1+60=2011, a_1=1951$ (指標: N-4-14)

22. $|x+y|>x+y$, 且 $|x|>|y|$

若 $x>0$, 則 $|x+y|=x+y \therefore x<0$

(指標: A-4-01)

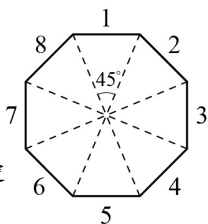
23. $1570^\circ-360^\circ \times 4=135^\circ$

$135^\circ \div 45^\circ=3$

\Rightarrow 順時針旋轉 3 個邊

\therefore 編號 3 的邊會變成編號 8 的邊

(指標: S-4-06)



24. \therefore 寬 100 公分, 長 200 公分, 高 50 公分

\therefore 體積 $=100 \times 200 \times 50=1000000$ (立方公分)

(指標: S-4-04)

25. 半圓面積為 $\frac{1}{2}(\pi \times 2^2)=2\pi$

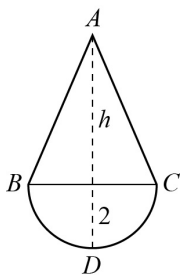
$\therefore \triangle ABC$ 面積為 16

$\therefore \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times h=16$

$2h=16, h=8$

\therefore 兩點最大距離

$\overline{AD}=h+2=10$ (指標: S-4-12)



26. 由已知得 $x \neq -2014$

又原式 $=\frac{x+2014}{x^2+2014x+2013}=\frac{x+2014}{(x+1)(x+2013)}$

$\therefore x \neq -1, -2013$

\therefore 當 $x=-1, -2013, -2014$ 時,

原式均無意義 (指標: A-4-16)

27. $x=\frac{1}{3}-[(\frac{1}{4}-\frac{1}{5})+(\frac{1}{6}-\frac{1}{7})+\cdots+(\frac{1}{98}-\frac{1}{99})+\frac{1}{100}]$

$\therefore x < \frac{1}{3}$

$\therefore x < \frac{1}{3}$

$x=(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+[(\frac{1}{5}-\frac{1}{6})+(\frac{1}{7}-\frac{1}{8})+\cdots+(\frac{1}{99}-\frac{1}{100})]$

$\therefore x > \frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

$\therefore x > \frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

故 $\frac{1}{12} < x < \frac{1}{3}$ (指標: N-4-08)

28. $x^2+8x+16=(x+4)^2=5^{12}$

$\Rightarrow x+4=5^6 \Rightarrow x=5^6-4$

(指標: A-4-16)

29. 正整數有奇數個正因數, 則 x 為完全平方數

但 $\sqrt{2014} \doteq 44. \cdots$, 即 $44^2=1936, 45^2=2025$

\therefore 滿足條件的正整數為 $1^2, 2^2, 3^2, \cdots, 44^2$

共 44 個 (指標: N-4-02)

30. $x^2=1, 4, 9, 16$

$\therefore x=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$

(指標: A-4-16)

31. $2014x^2+10x+21=1$

$\Rightarrow x^2+10x+21=0$

$\Rightarrow (x+3)(x+7)=0$

$\therefore x=-3, -7$

\therefore 所求 $=(-3) \times (-7)=21$

(指標: A-4-16)

32. 所求 $=\frac{\sqrt{2^{2014}}}{2^{2014}}=\frac{2^{1007}}{2^{2014}}=\frac{1}{2^{1007}}$

(指標: N-4-13)

33. 1 到 30 所有整數的最小公倍數為

$2^4, 3^3, 5^2, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$

\therefore 除以所有質數的乘積得 $2^3 \times 3^2 \times 5^1=360$

(指標: N-4-02)

34. $\frac{y}{x}-\frac{x}{y}+\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=0$

$\Rightarrow \frac{y+1}{x}=\frac{x+1}{y}$

$\Rightarrow y(y+1)=x(x+1)$

$\Rightarrow y^2+y=x^2+x$

$\Rightarrow y-x=x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$\Rightarrow x+y=-1$ (指標: A-4-13)

35. 由題意可知, 正方形、圓形面積相等

設圓半徑為 r ,

則 $\pi r^2=2^2 \Rightarrow r^2=\frac{4}{\pi} \Rightarrow r=\frac{2}{\sqrt{\pi}}$

(指標: S-4-04)